BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

ABHANDLUNGEN · NEUE FOLGE, HEFT 160

DIE ERSTE DEUTSCHE ALGEBRA AUS DEM JAHRE 1481

Nach einer Handschrift aus C 80 Dresdensis

herausgegeben und erläutert

von

Kurt Vogel

Vorgelegt von Herrn Prof. Dr. Karl Stein
am 21. Juli 1980

MÜNCHEN 1981

VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
IN KOMMISSION BEI DER C.H.BECK'SCHEN VERLAGSBUCHHANDLUNG MÜNCHEN

Mit drei Tafeln

ISSN 0005-6995
ISBN 3 7696 2550 1

Gesamtherstellung: C. H. Beck'sche Buchdruckerei Nördlingen
Printed in Germany

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Arabische Algebra ist im Abendland während des 12. Jahrhunderts bekannt geworden mit den lateinischen Übersetzungen des Werkes von AL-ḪWĀRIZMĪ durch GERHARD VON CREMONA (1182) und ROBERT VON CHESTER (ca. 1150). Zur weiteren Verbreitung der neuen Erkenntnisse haben dann besonders LEONARDO VON PISA mit seinem *Liber abbaci* von 1202 beigetragen sowie die vielfach auf ihn sich berufenden *Maestri d'Abbacho* des 14. und 15. Jahrhunderts. Sie haben in ihren für den Gebrauch der Kaufleute bestimmten Rechenbüchern nicht nur das Rechnen mit den neuen Ziffern und Methoden der Inder vermittelt, sondern auch dabei algebraische Abschnitte gebracht, in denen die Normalfälle der Gleichungen ersten und zweiten Grades erklärt und Aufgaben aus dem praktischen Leben jetzt auch algebraisch gelöst wurden.

Von Italien aus breitete sich die neue Kunst nach Deutschland aus, wie es die Handschriften vom Ende des 14. Jahrhunderts an zeigen. FRIDERICUS GERHART in Regensburg und REGIOMONTANUS in Wien in der Mitte des 15. Jahrhunderts waren mit ihr vertraut. Im Verzeichnis der Bücher REGIOMONTANS werden vier Schriften zur Algebra genannt, darunter auch der *Liber Mahumethi*. FRIDERICUS hat zahlreiche Aufgaben zu den *Regule delacose* algebraisch gelöst und die sechs Normalfälle unter Berufung auf *Machmet in dem puech algebra und almalcobula* in deutscher Sprache erklärt.

Eine Fundgrube zur Geschichte der Algebra in Deutschland ist die Handschrift C 80 der Dresdener Landesbibliothek. Sie enthält neben der Algebra AL-ḪWĀRIZMĪS in der Übersetzung durch ROBERT VON CHESTER und Abschnitten zum Rechnen mit Wurzeln und Aggregaten eine *Lateinische Algebra*, die Vorlage zur Algebravorlesung JOHANN WIDMANS in Leipzig 1486. Auf sie folgt in der Handschrift eine *Deutsche Algebra*, die i. J. 1481 abgeschlossen wurde. Sie übertrifft bei weitem, was Umfang und Inhalt anlangt, die genannte Abhandlung von FRIDERICUS. Sie soll deswegen – und nicht nur wegen ihres ehrwürdigen Alters von 500 Jahren – hier erstmals herausgegeben und untersucht werden. Daß dies möglich war, verdanke ich der Dresdener Landesbibliothek, die dem Plan zustimmte, und Herrn WOLFGANG KAUNZNER, der den Codex in Händen hatte und mir die Photographien und eine Abschrift zur Verfügung stellte. Vor allem aber danke ich der Bayerischen Akademie der Wissenschaften für die Aufnahme in die Abhandlungen der Akademie.

München, den 1. 2. 1981 Kurt Vogel

Die Handschrift C 80 Dresdensis

Der von verschiedenen Händen geschriebene, wohl aus Leipzig stammende Sammelband der Landesbibliothek Dresden C 80 war einst im Besitz von JOHANN WIDMAN von Eger (* ca. 1460), der darin selbst mancherlei Einträge gemacht hat.[1] Später kam das Buch in die Bibliothek des wohlhabenden Erfurter Arztes DOKTOR STURTZ. Dieser hatte dort i. J. 1506 zusammen mit EOBANUS HESSE seine Studien begonnen; gleichzeitig mit dem Humanisten CAMERARIUS legte er i. J. 1521 das Magisterexamen ab und war 1523 Rektor der Universität. Als ein „neuer Augustus", wie man ihn nannte, ließ er seine Freunde an seinem Reichtum teilnehmen und stellte ihnen Bücher aus seiner Bibliothek zur Verfügung. So gab er C 80 zusammen mit Büchern von WIDMAN und KÖBEL an ADAM RIES, der fünf Jahre – von 1517–1522 – in Erfurt weilte und der dann das Buch in seine Heimat Annaberg mitnahm. In seiner dem Gönner STURTZ i. J. 1524 gewidmeten, aber erst 1860 (Neudruck 1892) teilweise veröffentlichten Algebra, der „Coß"[2] hat sich RIES des öfteren auf das alte, „verworfene" Buch bezogen und aus der darin befindlichen „Lateinischen Algebra"[3] zahlreiche Aufgaben übernommen.

Eine Beschreibung der Handschrift gibt SCHNORR VON CAROLSFELD im Handschriftenkatalog der kgl. Bibliothek zu Dresden, dann L. C. KARPINSKI in seiner Ausgabe der Algebra AL-ḪWĀRIZMĪs nach der Übersetzung von ROBERT VON CHESTER[4] und besonders ausführlich W. KAUNZNER.[5]

Die umfangreiche Handschrift – es sind 471 folia – enthält zahlreiche Einzelschriften verschiedener Herkunft, die all das bringen, was damals an arithmetischem und algebraischem Wissen bekannt war. Demgegenüber ist die Geometrie nur vertreten mit einer Abhandlung über die regelmäßigen Körper sowie mit der zu Unrecht GERHARD VON CREMONA zugeschriebenen Schrift[6] *De mensuratione terrarum et corporum* vertreten (fol. 385–397ᵛ).

Für die Arithmetik sind neben NIKOMACHOS und BOETHIUS zu nennen die Algorismen von JOHANNES HISPALENSIS, SACROBOSCO und JOHANNES DE MURIS, dann das Bruchrechnen von JORDANUS NEMORARIUS und JOHANNES DE LINERIIS sowie die Proportionenlehre von NIKOLAUS ORESME und THOMAS BRADWARDINE. Die Vorlesung von WOLACK (Erfurt, Sommersemester 1468) fehlt ebenso wenig wie „ABRAHAMS" *Liber augmenti et diminutionis*. Es finden sich auch Abschnitte über das Rechnen mit Wurzeln, über den Abacus, über die neuen Ziffern, die Rythmomachia, die Neunerprobe und manch anderes.

Die Algebra ist reich vertreten. Ein Hauptstück bildet die Al-Ḫwārizmī-Übersetzung von ROBERT VON CHESTER (f. 340–348 und 304–315); hier schließt sich an *De numeris datis*

---

[1] WOLFGANG KAUNZNER, Über Johannes Widmann von Eger (= Veröffentlichungen des Forschungsinstituts des Deutschen Museums für die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik, Reihe C 4, München 1968) S. 27ff.

[2] BRUNO BERLET, Adam Riese, sein Leben, seine Rechenbücher und seine Art zu rechnen. Die Coß von Adam Riese, Leipzig–Frankfurt a/M 1892.

[3] Ediert von HERMANN EMIL WAPPLER: Zur Geschichte der deutschen Algebra im 15. Jahrhundert, Programm Zwickau 1887.

[4] Contributions to the History of Science, Part I Robert of Chesters latin translation of the Algebra of Al-Khowarizmi, Ann. Arbor 1930, S. 1–164.

[5] a. a. O. S. 27–29.

[6] s. SARTON, Introduction to the Historiy of science II, 341(47) erwähnt bei Gerhard von Cremona „De practica geometrie" als Schrift eines unbekannten Autors. Zu „Gerhards" Geometrie s. WAPPLER a. a. O. S. 2.

von JORDANUS NEMORARIUS (f. 316–325). Die oben genannte Lateinische Algebra (LA f. 349–365^v) bildete die Grundlage für eine Algebravorlesung von WIDMAN, die er i. J. 1486 in Leipzig für 2 Gulden gehalten hat.[1]

Weniger umfangreich ist eine Deutsche Algebra (DA f. 368–378^v). WAPPLER hat auf sie aufmerksam gemacht und den Anfang sowie vier Aufgaben daraus mitgeteilt.[2] Es ist die erste[3] große Algebraschrift in deutscher Sprache; so ist ihre Edition wohl nicht ohne Interesse.

Algebraischen Inhalts sind in C 80 ferner Auszüge aus einer bisher unbekannten Algebra des CAMPANUS (fol. 366f), dann Rechenbeispiele, die ADAM RIES außer den der LA entnommenen an einer anderen Stelle des alten Buches gefunden und in seine Coß aufgenommen hat. Einige Male werden unter dem Titel *De additis et diminutis* Aggregate multipliziert, eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Potenzen der Unbekannten (f. 288^{rv}, 315, 325^v–326).

Ein Hauptthema der Algebra ist die Lösung von Gleichungen. AL-ḪWĀRIZMĪ hatte folgende 6 Grundformen unterschieden:

1) $ax^2 = bx$	2) $ax^2 = c$	3) $ax = c$
4) $ax^2 + bx = c$	5) $ax^2 + c = bx$	6) $ax^2 = bx + c$.

Aus diesen lassen sich durch Multiplikation mit x^n oder, wenn x selbst eine Potenz ist,[4] beliebig viele andere ableiten. So werden in einer Handschrift des 14. Jahrhunderts aus Lucca 16 Fälle unterschieden.[5] REGIOMONTAN spricht in seinem Brief an CHRISTIAN RODER in Erfurt davon, daß sich jetzt einige rühmten, mehr als die 6 Kapitel der Algebra zu kennen[6] oder PIERO DELLA FRANCESCA (ca. 1475) zählt (mit einigen Wiederholungen) 61 Fälle, auch solche mit mehr als drei Gliedern, die er freilich ebensowenig richtig lösen kann wie z. B. $ax^3 = bx^2 + c$.[7] Wer die Zahl der Gleichungsfälle auf 24 festgelegt hat, wie sie in der lateinischen und der deutschen Algebra auftreten, ist unbekannt. ADAM RIES, der 8 Fälle unterscheidet,[8] schreibt, daß „Etliche" daraus 24 Regeln gezogen hätten, die aber überflüssig und unnötig seien.[9] Er führt sie aber doch – und zwar in derselben Reihenfolge wie im späteren Teil der lateinischen Algebra – auf und gibt an, auf welche der einfachen Gleichungen sie sich reduzieren lassen. CHRISTOPH RUDOLFF verzichtet in seiner Coß (1525) auf die zusätzlichen Regeln, mit denen manche „so groß Geschrei machen"; er könne aus den 24 leicht 100 machen.[10]

---

[1] s. BERLET a. a. O. S. 56.

[2] s. WAPPLER a. a. O. S. 3–5.

[3] In Clm 14908 fol. 133^v–134^v steht eine knappe Algebra a. d. J. 1461. Daran schließen sich aus Italien stammende Beispiele an. Siehe hiezu MAXIMILIAN CURTZE, Algebra in Deutschland im 15. Jahrhundert (Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik 7, 1895, 31–74) S. 49–50.

[4] oder die 3 Glieder sind x^{2r+n}, x^{r+n}, x^n; sie werden zu $(x^r)^2$, x^r, x^0.

[5] s. GINO ARRIGHI, Libro d'abaco, Dal Codice 1754 (sec. XIV) della Biblioteca Statale di Lucca, Lucca 1973, 108–111.

[6] s. MAXIMILIAN CURTZE, Der Briefwechsel Regiomomtan's, Urkunden zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter und der Renaissance II (= Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften 12, 1902 S. 185–336) S. 335.

[7] S. A. JAYAWARDENE, The 'trattato d'abaco' of Piero della Francesca (= C. H. Clough, Cultural Aspects of the Italian Renaissance, Essays in honour of Paul Oskar Kristaller Nr. 12) S. 233f.

[8] s. BERLET a. a. O. S. 36ff. Es sind die 6 Grundgleichungen ohne Nr. 3, dazu von den abgeleiteten Fällen die Nr. 4, 7 und 18.

[9] Ebenda S. 41.

[10] s. RUDOLFF, Die Coß 2. Auflage ed. Stifel, Königsberg 1553/54 fol. 139^v.

Die Lateinische Algebra ist – wie auch die Deutsche – kein einheitliches Werk; es lassen sich drei Teile unterscheiden. In LA 1 (fol. 350^r–351^r) werden zuerst die cossischen Zeichen (*signa uel denominationes*) eingeführt als ℞ (x), ȝ (x^2), ce (x^3), ȝȝ (x^4) und ø (= unser x^0); dann werden die allgemeinen Lösungsregeln gegeben. Unter anderem wird gezeigt, wie man bei höheren Potenzen der Unbekannten auf die einfacheren Fälle reduzieren kann. Bei drei Gliedern müssen die Signa in der Reihe der Potenzen aufeinander folgen (wie x, x^2, x^3) oder es muß die mittlere Potenz von den beiden andern gleichweit abstehen.

Dann folgen 18 Zahlenbeispiele für die abgeleiteten Gleichungen in genau derselben Reihenfolge und mit denselben Zahlenwerten wie in der DA, nämlich:

Nota regulas

1) $x^4 = 3x^3$; $x = 3$	2) $x^4 = 16x^2$; $x = 4$	3) $x^4 = 8x$; $x = 2$
4) $x^4 = 81$; $x = 3$	5) $x^3 = 6x^2$; $x = 6$	6) $x^3 = 25x$; $x = 5$
7) $x^3 = 64$; $x = 4$	8) $x^3 + 2x^2 = 15x$; $x = 3$	9) $x^3 = 3x^2 + 4x$; $x = 4$
10) $x^3 + 5x = 6x^2$; $x = 5$	11) $x^4 + 3x^3 = 10x^2$; $x = 2$	12) $x^4 = 5x^3 + 6x^2$; $x = 6$
13) $x^4 + 3x^2 = 4x^3$; $x = 3$	14) $2x^2 = \sqrt{16x^2}$; $x = 2$	15) $x^2 = \sqrt{8x}$; $x = 2$
16) $x^4 + 3x^2 = 108$; $x = 3$	17) $x^4 + 16 = 17x^2$; $x = 4$	18) $x^4 = 8x^2 + 9$; $x = 3$.

Die LA bringt nun noch einen 19. Fall, der nicht zu den 24 Regeln zu rechnen sei (*non est vna de 24 regulis*); sie hat der Schreiber an einer anderen Stelle gefunden als 15. Regel (*alibi inveni* 15^{ta}).[1] Es ist ein Beweis dafür, daß ihm noch andere algebraische Schriften zur Verfügung standen. Auch die DA hatte eine Vorlage, wie es Abschreibfehler und Textlücken zeigen.

Der zweite Abschnitt der LA (LA 2 = fol. 351^r–352^r) ist überschrieben mit: *Incipiunt 24 regule algebre et primo de 6 principalibus.* Es werden wieder die allgemeinen Lösungsrezepte für die Grundformen und dann mit den Worten *Sequuntur alia 18 apporismata* die anderen aufgeführt. Es folgen dann Zahlenbeispiele mit anderen Zahlenwerten als in LA 1 und in anderer Reihenfolge. Dieser mit *Compendium de z et re* überschriebene Abschnitt ist unvollständig; er bricht mit der Regel Nr. 16 ab, auch fehlt Nr. 12.

Der weitaus umfangreichste dritte Teil der LA (LA 3 = fol. 352^r–364^v), überschrieben mit *Sequuntur casus aporismatum*, enthält in der Reihenfolge von LA 2 meist eingekleidete Aufgaben, die auf die 24 Gleichungen führen. Es handelt sich um die gleichen Probleme, die in den Rechenbüchern der *Maestri d'abbaco* ohne Algebra gelöst wurden wie: Kauf und Verkauf, Warentausch, Zinseszins, Zerlegung einer Zahl, Gesellschaftsrechnung, Geben und Nehmen, der faule Arbeiter usw. Bei Aufgaben mit höheren Potenzen, für die eine Einkleidung schwer zu finden ist, werden die gleichen oder ähnliche Zahlenbeispiele wie in LA 1 genommen. In diesem 3. Teil der LA wird jetzt – wie im ersten Abschnitt von DA – das Minuszeichen, dazu auch das Pluszeichen (statt wie vorher *et*) verwendet.

Die Wahl derselben Zahlenbeispiele in LA 1 und DA zeigen, daß der eine oder der andere Text als Vorlage diente (wenn man nicht eine gemeinsame Quelle annimmt). Welcher dies war, ist nicht festzustellen. Beide Texte stehen – nur durch wenige Seiten getrennt – hintereinander im Codex C 80; dabei LA 1 an erster Stelle.[2] Beide verwenden die alten Zifferformen für 4, 5 und 7, beide hat WIDMAN gesehen; LA diente ihm ja als Vorlage

---

[1] WAPPLER a. a. O. S. 12.

[2] LA könnte auch nachträglich in eine Lücke im Codex eingetragen worden sein.

zu seiner Vorlesung und in DA hat er Randbemerkungen eingetragen und manche Zusätze gemacht. Die Cossischen Symbole ø, ℞, ʒ, ȼ, ʒʒ der LA hat WIDMAN übernommen und sie sind lange dieselben geblieben. Demgegenüber hält DA zuerst noch an den Namen der Potenzen der Unbekannten fest, wie es auch bei den Arabern, bei LEONARDO VON PISA und weiterhin der Fall war. Und wenn später die Abkürzungen eingeführt werden, so sind es immer noch Anfangsbuchstaben bzw. Silben, nämlich x^0 = N(*umerus*) oder 𝔇(*denarius*), x = ꝺ(ing), x^2 = ʒ(*ensus*), x^3 = *chu*(*bus*). Für x^4 hat DA die merkwürdige Bezeichnung „Wurzel von Wurzel", während man ʒ(*ensus*) von ʒ(*ensus*) erwartet. Trotzdem scheint DA von LA 1 abhängig zu sein; der Autor ging eben lieber noch von den „Namen" aus, um allgemein verständlich zu sein.

Dem Schreiber von DA standen mehrere Quellen zur Verfügung; dies zeigen schon die unterschiedlichen Bezeichnungen für die Potenzen der Unbekannten, für die „Namen". So findet sich für x statt ꝺ auch N, dann „risz von 1 ʒ" und 1^c = cosa, was aus einer italienischen Vorlage genommen ist; dasselbe gilt für x *rellata* = x^5 und ʒ *rellata* = x^7 (fol. 373ʳ). Merkwürdig ist die Darstellung der cossischen Symbole unter einem Bruchstrich[1] wie $1\,\text{𝔇} = \frac{1}{\text{N}}$, $x = \frac{1}{\text{ꝺ}}$, $x^2 = \frac{1}{\text{cʒ}}$, $x^3 = \frac{1}{\text{chub}}$; auch $x^4 = \frac{1}{\text{℞ von ℞}}$ kommt vor (fol. 375ᵛ).[2] Sogar umgekehrt findet man $\frac{\text{ʒ}}{2} = 2x^2$ oder $\frac{\text{N}}{140} = 140\,\text{N}$ (fol. 378ᵛ). Siehe hierzu die Zusammenstellung auf S. 11.

Über den Verfasser des mit LA 1 identischen Stückes der DA erfährt man nichts. Die Schriftformen der groß geschriebenen Buchstaben W, N und D[3] stimmen auffallend überein mit denen, die der Schreiber einer etwa gleichzeitigen Handschrift verwendet, der sogenannten Bamberger Handschrift, die dem Bamberger Blockbuch[4] beigebunden ist, einer Aufgabensammlung, welche die meisten der Aufgaben dem *Algorismus Ratisbonensis*[5] entnommen hat. So könnte man an einen Schreiber oder eine Schreibschule im süddeutschen Raum denken. Da käme in Betracht der Mönch des Predigerordens AQUINAS.[6] REGIOMONTANUS kannte ihn und hat von ihm, wie er 1471 in einem Brief[7] an CHRISTIAN RODER in Erfurt schreibt, viel gelernt (*multa ex fratre Aquino volupe intellexi*). AQUINAS hat – wie ADAM RIES berichtet[8] – seine algebraischen Kenntnisse für Geld verkauft. Er war der Lehrer von ANDREAS ALEXANDER[9] und ANDREAS STIBORIUS (Stöberl), der i. J. 1497 zusammen mit CONRAD CELTIS nach Wien berufen wurde. So ließe sich auch erklären, daß Teile aus dem Dresdener C 80 wieder in Handschriften aus Wien und München erscheinen (Cod. Vind. 5272, Clm 19661 und 26693).

---

[1] ab folio 371ʳ.

[2] REGIOMONTAN schrieb x wie in der LA, dagegen verwendete er das Symbol für x^3 an der Stelle von x^2.

[3] s. Tafel I.

[4] s. KURT VOGEL, Das Bamberger Blockbuch. Ein xylographisches Rechenbuch aus dem 15. Jahrhundert, Müchen – New-York – London – Paris 1980

[5] KURT VOGEL, Die Practica des Algorismus Ratisbonensis, München 1954.

[6] zu AQUINAS s. NDB 1, 333; C. I. GERHARDT, Geschichte der Mathematik in Deutschland, München 1877 S. 48.

[7] s. MAXIMILIAN CURTZE a. a. O. (S. 8, Fußn. 6) S. 324–336.

[8] BERLET a. a. O. S. 56.

[9] s. NDB 1, 195f.; ENESTRÖM, Ein verschollener deutscher Cossist aus der ersten Hälfte des 16. Jahrhunderts, Biblioth. Mathem. 3^3 (1902) 355; 4^3 (1903/04) 290f., 403; 10^3 (1910/11) 344f.

Potenzen der Unbekannten und ihre Symbole (signa, caratteres)

bei:	für: x^0	x	x^2	x^3	x^4
1. Johannes Hispalensis ca. 1140[1]	numerus	radix	res		
2. Robert von Chester ca. 1150[2]	numerus dragma ø	radix (res) ℞	substantia census ʒ		
3. Gerhard v. Cremona 1145[3]	numerus	res (radix)	census		
4. Leonardo von Pisa 1202[4]	dragma				
5. Hs. Oxford, ehedem Admont 1380[5]	numerus dragma d̲	res r̲	census c̲		
6. Libro d'abaco Lucca 14. Jahrh.[6]	numero	chosa	censo	chubo	censo de'censo
7. Regiomontanus 1463[7]	numerus	res 𝔯	census ꞓ	cubus	
8. Fridericus 1461[8]	numerus zal numero	radix wurcz cosa ding 𝔡	census zins censo ꞓ	cubo	
9. Lat. Algebra in C 80 (= Widman 1486)[9]	numerus ø	res cossa radix numeri ℞	census numerus quadratus ʒ	cubus ꞓ	ʒʒ
10. Deutsche Algebra in C 80	czall numerus N, $\frac{1}{N}$ denarius ø, 𝔇	dingk, ∂ N, $\frac{1}{N}$ cos(s)a c, z. B. $\frac{c}{3} = 3c$ risz von 1 cʒ = ℞	czense cʒ, $\frac{1}{cʒ}$	chub chu ch C	worcel von worczel ℞ von ℞ $\frac{1}{℞ \text{ von } ℞}$

Das Wurzelzeichen in DA hat – wie das x – mehrere Formen (s. die Tafeln). Hier wurde für beides immer ℞ genommen.

Fußnoten siehe Rückseite.

[1] Paris anc. fds 7359. Ed. Boncompagni, Trattati d'aritmetica II = Ioannis Hispalensis liber Algorismi de pratica arismetrice, Roma 1857.

[2] Handschriften 1. V = Cod. Vindob. 4770 (14. Jhdt.) fol. 1^r–12^v,
2. D = Cod. Dresdensis C 80 fol. 340^r–348^v,
3. C = Cod. Universitatis Columbiae X 512, Sch. 2 QS, 1–68 (autore Joanne Scheubelio, ca. 1550).

Die cossischen Zeichen stehen in D am Rand (von Widman?), in V und C in einem Nachtrag zur Algebra Roberts von Chester. Hierzu Karpinski (s. o. S. 7), S. 126.

[3] Ed. Libri, Histoire des sciences mathématiques en Italie II, Paris 1838, S. 253–297.

[4] s. Boncompagni, Il Liber abbaci di Leonardo Pisano, Roma 1857.

[5] s. W. Kaunzner, Über einen frühen Nachweis zur symbolischen Algebra, Österr. akad. d. Wiss., Mathem.-Naturw. Klasse, Denkschrift 115 Bd. Wien 1973, 1–12.

[6] s. G. Arrighi, Libro d'abaco, Lucca 1973.

[7] s. o. S. 8 Fußn. 6.

[8] s. o. S. 8 Fußn. 3.

[9] s. o. S. 7 Fußn. 3

Übersicht über den Inhalt der Deutschen Algebra

Eine Einteilung in Paragraphen wurde im Text nicht vorgenommen. Mit dem Wort „Kapitel" bezeichnet der Autor die 24 Gleichungsfälle.

§ 1 (fol. 368^r)

Der Autor will über die „meisterliche Kunst" berichten, welche die Meister aus „Czebreyn" mitgebracht haben. Er hat wohl *al-Ǧabr* als ein Land verstanden. Zuerst werden die 6 „vornehmen" (fol. 373^v) und die 18 abgeleiteten Fälle ohne Zahlenkoeffizienten aufgezählt, die später *adequationes* genannt werden (s. o. S. 9). Dann werden die „Namen" für die Potenzen der Unbekannten eingeführt, nämlich Dingk, Czensi, Chubi, wurczell von der worczell nebst ihren Abkürzungen ∂, cʒ, chu und ℞ von ℞; für die Zahl oder *numerus* (unter x^0) schreibt er N oder 𝔖. Eine Multiplikation mit N verändert den Wert nicht. Widman hat hier über die Worte Ding, Czensi, Chubi und N seine eigenen Symbole ℞, ʒ, Ꞓ und ø eingetragen. Am Rand steht von seiner Hand noch: ***Item est dicere in quodcumque signum ducatur ø, facit semper idem in quod ducatur, ut si ducatur in se ipsum ø facit ø, si in ℞ facit ℞ et in ʒ facit ʒ et si in Ꞓ facit Ꞓ.***

§ 2a (fol. 368^v)

Beispiele für das Produkt von Potenzen wie z. B. $4x \cdot 5x^3 = 20x^4$.

§ 2b (fol. 368^v)

Beispiele für das Produkt von Aggregaten wie z. B. $(5x^2 + 4x - 4) \cdot (3x^2 - 2)$. Zum Beispiel $(5x + 6) \cdot (5x + 6)$ hat Widman folgende Randbemerkung gemacht:
Docet multiplicare $5x \cdot ∂ + 6$ ø 𝔖
$5x \cdot ∂ + 6$ ø 𝔖, *facit totum* 25 ʒ + 60 ℞ + 36 ø.
Er hat also zu seinen cossischen Zeichen die der Handschrift daneben gesetzt.

Für „minus" wird zuerst das Wort „minner" verwendet, später wird dann das Minuszeichen eingeführt und zwar sowohl als Operationssymbol wie zur Bezeichnung der negativen Zahl. So steht z. B. am Ende von fol. 368^v bei der Multiplikation

$$(3x^2 + 5x) \cdot (2x^2 - 4x)$$

„$4x$ das ist — stund $3x^2$ macht $12x^3$ —".

Am Anfang von fol. 369^r (nach den Worten 2 chu vnd — 20) beginnt eine neue Handschrift, deutlich erkennbar an dem Kappaförmigen Duktus von „r" und dem jetzt oben geschlossenen „p". Das Minuszeichen wird weiterhin in DA nicht mehr verwendet.

§ 3 (fol. 369^r)

Hier geht es um die Division der „Namen". So z. B. ist zu der *adequacio* $x^4 : x^2 = x^2$ die *equacio* $4x^2 : x^2 = x^2$ genommen.

§ 4 (fol. 369^r–369^v)

Hier werden zu den in § 1 genannten 6 und 18 *adequaciones* Zahlenbeispiele nebst ihren Lösungen gegeben. Für die Grundgleichungen sind es

1) $5x = 30$ $(x = 6)$, 2) $4x^2 = 36$ $(x = 3)$, 3) $4x = x^2$ $(x = 4)$,
4) $x^2 + 2x = 24$ $(x = 4)$, 5) $x^2 + 9 = 6x$ $(x = 3)$ 6) $4x + 5 = x^2$ $(x = 5)$

und für die 18 abgeleiteten „Kapitel" die oben (S. 5) genannten. Auf ein hier angebrachtes Merkzeichen # wird später in § 7 hingewiesen.

§ 5 (fol. 369^v–370^v)

Es folgt eine ausführliche Unterweisung in die Lösungsmethoden für die ersten 6 Kapitel mit den in § 4 genannten Zahlenbeispielen. Beim 5. Fall $x^2 + b = ax$[1], der ja die Doppellösung $x = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$ hat, bringt er noch zwei weitere Beispiele.

Beim 1. Beispiel $x^2 - 9 = 6x$ fällt die Wurzel weg. Das 2. Beispiel ist $2x^2 + 4 = 9x$ oder $x^2 + 2 = 4\frac{1}{2}x$. Hier wird die Lösung $x = 2\frac{1}{4} + \sqrt{\left(2\frac{1}{4}\right)^2 - 2}$ richtig vorgerechnet. Der Schreiber weiß auch, daß es eine Doppellösung gibt, was er freilich hier recht unklar ausdrückt. Er gibt dafür ein 3. Beispiel $x^2 + 6 = 5x$ mit $x = \frac{5}{2} - \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 6}$. Die negative Wurzel wäre auch beim 2. Beispiel richtig gewesen! Es wird noch betont, daß durch den Koeffizienten von x^2 zuerst die Gleichung dividiert werden muß. Auf die 18 abgeleiteten Gleichungen, von denen er jetzt schreiben will, wird aber nicht eingegangen, sondern nur auf das 1. Blatt verwiesen.

§ 6 (fol. 369^v–371^v)

Dieser Abschnitt, der viele Wiederholungen bringt, beginnt erneut mit der Erklärung der 5 „Namen" – er nimmt jetzt x^0 dazu – und ihren „Figuren". Dann folgen mit geringen Veränderungen die in § 2 gegebenen Beispiele für die Produkte von Potenzen und Aggregaten. Widman hat sie am Rande von 1–10 numeriert. Neu aufgenommen wurde die Schachtelaufgabe $\left(x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3}\right) - \left(x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) = 10$, zu der zwei Lösungen gegeben werden, eine algebraische und die andere mit einem einfachen falschen Ansatz. Von hier an verwendet der Text die oben genannte (s. S. 10) Darstellung der Unbekannten unter einem Bruchstrich, z. B. $x^2 = \frac{1}{c\mathfrak{z}}$, was – ebenso wie das Fehlen des Minuszeichens – eine neue Quelle verrät. Es folgt noch die Wiederholung der Divisionsregeln aus § 3. Zum Schluß steht noch die Bemerkung, daß man eine niedere Potenz nicht durch eine höhere teilen kann wie z. B. $x : x^2$, weil der „dasige" Namen x^2 durch Multiplikation nicht zu x wird.

§ 7 (fol. 372^r–373^v)

In diesem Abschnitt stehen mancherlei Bemerkungen zur Gleichungslösung nebst Wiederholungen von früheren Stellen.

1. Ein jedes Kapitel muß auf seine *adequation* gebracht werden; dabei wird auf das Merkzeichen bei § 4 verwiesen.

2. „Damit du es desto besser rechnen kannst", werden nochmal die Rezepte für die ersten 6 Fälle zusammengestellt. Sie sind wieder von Widman numeriert, der für 4 und 5 die neuen Zifferformen verwendet. Beim 5. Fall ist die Doppelwurzel erwähnt. Für andere „Zufügungen" wird Bezug genommen auf Campanus (s. o. S. 8).

3. Es folgen 3 Beispiele zum 1. Kapitel; zuerst das Beispiel aus § 6, dann eine ähnliche

[1] a und b sind immer positive Zahlen.

Schachtelaufgabe, die von einem Kaufmann handelt, der auf 3 Märkten sein Anfangskapital vermehrt, aber auch Geld ausgibt und schließlich das unbenannte Problem $x \cdot \frac{2}{3}x : \frac{3}{4}x = x - 4$.

4. Zusammenstellung verschiedener Regeln.

a) Multiplikation der „Namen" ähnlich wie in § 2. Neu sind $x^2 \cdot x^3 =$ cȝ rellata, $x^3 \cdot x^4 =$ cȝ rellata; für $x^4 \cdot x^4 = x^8$ heißt das Symbol ℞ von ℞ von ℞.

b) Division der „Namen".

c) Hier wird erinnert („habe in memoria"), daß $(+) \cdot (+) = (-) \cdot (-) = (+)$ und $(+) \cdot (-) = (-) \cdot (+) = (-)$ ist; doch kennt hier der Schreiber das Plus- und Minuszeichen nicht.

d) Kommen gleiche Glieder vor, müssen sie zusammengefaßt werden.

e) Allgemeine, zum Teil recht unklare Bemerkungen zum Ansetzen einer Gleichung. Der letzte Satz bezieht sich auf die Aufgabe: eine Zahl ist in zwei Teile zu teilen. Ist der eine Teil x, dann muß der andere durch x ausgedrückt werden.

§ 8 (fol. 373^v–375^v)

Hier werden Beispiele aus allen 24 Kapiteln ausführlich vorgerechnet, zuerst die schon in § 5 behandelten „vornehmen" und dann, wie oben angekündigt, die 18 abgeleiteten Formen. Widman hat sie wieder mit 1–6 und 1–18 numeriert. Bei der 5. Gleichung, die mit der 4. vertauscht ist, wird die Doppellösung jetzt klar ausgesprochen. Die Gleichung Nr. 16 heißt jetzt $x^3 = 8$ (was ja schon zu Nr. 7 gehört). So sind die letzten beiden die alten Nummern 16 und 17; es fehlt also die alte Nummer 18.

§ 9 (fol. 375^v–378^v)

In diesem letzten Abschnitt bringt der Autor 22 Beispiele; es sind aber nur die Fälle 1–7 vertreten. Sie beginnen alle stereotyp mit den Worten: Mach mir die Rechnung. Widman hat sie wieder numeriert, wobei er die neuen Zifferformen für 4, 5 und 7 verwendet. Der Anfang der 1. Aufgabe fehlt; der Rest schließt unmittelbar an das 18. Beispiel von § 8 an. Es sind folgende Aufgabengruppen vertreten:

1. Eine Zahl ist zu suchen. Dazu gehört

Nr. 2 (2. Kapitel) $x \cdot \left(\frac{2}{3}x\right) = 30 \longrightarrow x^2 = 45.$

Nr. 3 (3. Kapitel) $\left(x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4}\right)^2 = 2x \longrightarrow \frac{25}{144} \cdot x^2 = 2x.$

Nr. 4 (2. Kapitel) $\left(\frac{3}{4}x\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)x = 20 \longrightarrow \frac{6}{12}x^2 = 20.$

Nr. 5 (4. Kapitel) $x^2 + \sqrt{x^2} = 10 \longrightarrow x^2 + x = 10.$

Nr. 6 (4. Kapitel) $x \cdot (x + 7) = 7 + 2x \longrightarrow x^2 + 5x = 7.$

Nr. 7 (7. abgeleitetes Kap.) $x^2 \cdot 3\sqrt{x^2} = 20 \longrightarrow 3 \cdot x^3 = 20.$

Nr. 8 (4. abgeleitetes Kapitel) $x \cdot x^3 = 30 \longrightarrow x^3 = \sqrt[4]{27000}.$

Nr. 12 (2. Kapitel) $\frac{x}{2} \cdot \frac{x}{3} \cdot \frac{x}{4} = x \longrightarrow x^2 = 24.$

Nr. 19 (3. Kapitel) $\frac{4}{5}x \cdot \frac{5}{6}x = x. \longrightarrow \frac{2}{3}x^2 = x.$

Nr. 21 (4. Kapitel) $x^2 = 20 - x. \longrightarrow x^2 + x = 20.$

Nr. 17 (3. Kapitel) $\left(x - \frac{x}{4} - \frac{x}{5}\right)^2 = x. \longrightarrow \frac{121}{400}x^2 = x.$

2. Eine Zahl ist in 2 Teile zu zerlegen.[1]

Nr. 9 (1. Kapitel) $\begin{array}{l} \text{I } x + y = 13 \\ \text{II } x : y = 11 \end{array} \longrightarrow 12y = 13.$

Nr. 10 (5. Kapitel) $\begin{array}{l} \text{I } x + y = 10 \\ \text{II } xy = 20 \end{array} \longrightarrow x^2 + 20 = 10x.$

Nr. 11 (5. Kapitel) $\begin{array}{l} \text{I } x + y = 10 \\ \text{II } x^2 + y^2 = 53 \end{array} \longrightarrow x^2 + 23\frac{1}{2} = 10x.$

Nr. 20 (1. Kapitel) $\begin{array}{l} \text{I } x + y = 19 \\ \text{II } x = 13y \end{array} \longrightarrow 14y = 19.$

3. Die Geschäftsreise oder **Der Wächter im Apfelgarten.**[2]

Nr. 14 (1. Kapitel) $[(x \cdot 2 + 4) \cdot 2 + 4] \cdot 2 + 4 = 100. \longrightarrow 8x + 28 = 100.$

Nr. 15 (1. Kapitel) $\left[(x \cdot 2 - 12) \cdot \frac{3}{2} - 16\right] \cdot \frac{4}{3} - 20 = 10 \longrightarrow 4x - 65\frac{1}{3} = 10.$

Nr. 16 (1. Kapitel) $\left(x + \frac{x}{10}\right) + \left(x + \frac{x}{10}\right) \cdot \frac{1}{10} = 100 \longrightarrow \frac{121}{100} \cdot x = 100.$

4. Die Zwillingserbschaft[3]

Nr. 18 (1. Kapitel). Die Anteile sind: Mutter $1\frac{1}{2} \cdot x$, Tochter x, Sohn $2\frac{1}{4}$ x, also

$$4\frac{3}{4} \cdot x = 5.$$

5. Zinseszinsrechnung.

Nr. 13 (4. Kapitel) Ein Kapital von 10lb wächst in $1\frac{1}{4}$ Jahren auf 14 lb an. Wie groß ist der Jahreszins? Dabei wird der Zins für die 3 Monate im 2. Jahr gleich 1/4 des Zinses dieses Jahres gerechnet. Es führt auf die Gleichung
$x^2 + 50x = 100$ (4. Kapitel).

6. Gesellschaftsrechnung.

Nr. 22 (4. Kapitel). Zu einem Geschäft, bei dem 20 Gulden Gewinn erzielt wurden, zahlen 3 Gesellen zusammen 70 Gulden ein, und zwar:

---

[1] Zur Geschichte der Aufgabe s. TROPFKE, Geschichte der Elementarmathematik I, Berlin–New York 1980 S. 605.

[2] ebenda S. 582f.

[3] ebenda S. 655.

Der 1. x Gulden für 4 Monate,
der 2. 20 Gulden für 2 Monate und
der 3. 50 — x Gulden für 2 Monate.

Ferner ist gegeben, daß Kapital plus Gewinn für den ersten 15, für den zweiten 25 und für den dritten 50 Gulden ist. So gilt $x + \frac{4x \cdot 20}{140 + 2x} = 15$ usw.

Die Aufgabe hat eine interessante Geschichte. Sie stammt aus einer italienischen Quelle; dies zeigt schon die Bezeichnung der Unbekannten als „Cossa“, geschrieben über der Zahl oder als Exponent wie z. B. $\overset{\circ}{1}$ oder 80^c. Dieselbe Aufgabe steht in Clm 14908 (s. o. S. 8, Fußn. 3). Auch dort sieht die Zahl 70 aus wie „vo(n)“, wie wenn bei ʌo der Aufstrich vergessen worden wäre. So wurde es dann später gelesen.[1] Schon REGIOMONTAN bringt die Aufgabe[2] mit einer Veränderung der Laufzeiten für den zweiten und dritten Gesellen. Schließlich hat auch WIDMAN in der Lateinischen Algebra (auf fol. 356^v und 367^r am Rand) die Aufgabe eingetragen.

Auf den freien Platz des letzten Blattes nach dem Abschlußdatum (16. 9. 1481) hat WIDMAN mancherlei Notizen eingeschrieben wie: Die Namen der Zehnerpotenzen, die den Planeten zugeordneten Metalle sowie metrologische Tabellen.[3]

---

[1] Zur Geschichte der deutschen Algebra (Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, 9. Heft Leipzig 1899) S. 539.

[2] s. o. (S. 8, Fußn. 6) S. 219, 237, 253.

[3] s. KAUNZNER a. a. O. (S. 3, Fußn. 1) S. 37f.

Zur Edition

Aus dem Text ersieht man, daß die beiden Schreiber verschiedene Vorlagen benützten, die sie flüchtig kopierten. Sie zeigen wenig Verständnis für das, was sie abschrieben. So steht „Monat" für „Mann" (S. 41), „Gewinn" für „ging" (S. 40), „zeigst" statt „ziehst" (S. 31) oder „schneidest" statt „schreibst" (S. 31). So bleibt manches unverständlich, ganze Sätze sowohl (S. 15, 1. Aufg.) wie einzelne Wörter. Was soll man unter *sinelbo* (S. 26), *pochelli* (S. 8), *ladrita* (S. 32) oder *in gralacione* (S. 30) verstehen? Es fehlt auch jede Einheitlichkeit bei der Verwendung großer und kleiner Buchstaben, bei der Worttrennung und bei der willkürlichen Orthographie. So erscheint z. B. das Wort „kommt" als komt, kombt, kompt, kumbt, kumpt, komet, komit, kumit, kommet, kommit u. a. Oft wechselt auch im Satz sowohl Numerus wie Subjekt. Ein Beispiel ist „ziehe ab und spricht" (S. 26). An Kompendien findet sich nur das für „er" (z. B. v' = ver, gne = g̃erne) sowie für „us" (min⁹ = minus) sowie der Verdoppelungsstrich, der aber oft, bei der Infinitivendung oder bei „denn" (= de$\overline{\text{nn}}$) ganz überflüssig ist. Hier wurde der Text möglichst getreu wiedergegeben. Nur wurde für die verschiedenen Symbole der Wurzel (s. Tafeln) aus drucktechnischen Gründen einheitlich das Zeichen ℟ verwendet. Für cȝ steht (außer bei cȝ = x^2) cz, N = numerus wurde einheitlich groß wiedergegeben. Zur besseren Übersicht über den Inhalt wurde eine Einteilung in Paragraphen (§) vorgenommen. Weggelassen wurde das bei einzelnen Aufgaben am Rand vermerkte Hinweiszeichen durch das Bild einer Hand (s. Tafel II).

Die verwendeten Klammern haben folgende Bedeutung:

⟨ ⟩ Ergänzung von Lücken,
( ) Auflösung von Abkürzungen und Ergänzung abgebrochener Wörter,
[ ] Tilgung überflüssiger Stellen durch den Herausgeber,
{ } Tilgung im Original.

Dassz ist meisterlich zou wysszenn rechnung zcu machenn vonn den meysternn, dy do geczogenn sint aussz Czebreynn. Denn sunt 6 capitell, geformet ausz den 6 capittelnn dy 24 capittell mag man machen. Alle gemeyne rechnung sint durch eyn cappitell zcu machenn gewisszlich durch daz [dasz] ander, alszo do vnthenn geschribenn sthet:

Primum Capitulum: Ist eyn dingk gleych vonn numero adder[1] czall.
Secundum: Cʒensszi gleich von derer czall.
Tercium: Eyn dingk gleich vonn cʒenszenn.
quartum: Cʒensi vnd ding gleich von der czall.
Quintum: Cʒenszi vnd zall gleich eyn Ding.[2]
Sextum: Eyn dingk* vnd zall gleich eynem cʒensz.

Nu thu ich dir zcu wisszenn dy andern capittell:

1 ℞ vonn ℞ ist gleich ——— vonn ein chu.
2 ℞ vonn ℞ ist gleich ——— vonn ein cʒenszi.
3 ℞ vonn ℞ ist gleich ——— vonn ein Ding.
4 ℞ vonn ℞ ist gleich ——— vonn einer czall.
5 Chubi Ist gleich von vonn eyn cʒensi.
6 Chubi Ist gleich von vonn eyn dingk.
7 Chubi Ist gleich von von der czal.
8 Chubi ⟨vnd zens⟩ Ist gleich von von der czal.[3]
9 Chubi Ist gleich von von eyn cʒensi vnd dingk.
10 Chubi vnd dingk ist gleich von ein cʒensi.
11 ℞ vonn ℞ ⟨vnd chub⟩ ist gleich von eyn [chubi vnd] czensi[4]
12 ℞ vonn ℞ [vnd chubi] ist gleich von eyn chubi vnd vonn eyn cʒensi.
13 ℞ vonnn ℞ vnd cʒensi ist gleich von chubi.
14 Czensi ist gleich Eyn ℞ von cʒens.
15 Czensi ist gleich eyn ℞ von ding.
16 ⟨℞⟩ vonn ℞ vnd cʒensi ist gleich vonn der czall.
17 ⟨℞⟩ vonn ℞ vnd czall ist gleich eyn cʒens.
18 Cʒensi vnd czahel ist gleich {vonn} an ℞ von ℞.

Vissze*, daz ich wil dir clarrirenn*, wasz da sprechen wollenn dye 24 capittell. Vnd ich geb den capitteln 4 namen vnd heyssz sye[5] Dingk, Cʒensi, Chubi, ℞ von ℞ vnd schreyb sye mit der kurcz* alszo: Dingk ∂, Czensi also cʒ. Vnd wurczell von der worczell* alzo ℞ von ℞ vnd chubi chu vnd vor* czall adder* numero schreibe ich. N. adder ꝭ vnd ich sage dir, wurumb* du sye multiplicirest dye namen. Wisze dy ꝭ sthünd* ꝭ mach [mach] wider ꝭ, ⟨ꝭ⟩ sthünd cʒ mach cʒ vnd ꝭ stund chu macht chu; alzo Wumitt* du denn multiplicirssz daz bleybt daz selbich.

[1] adder = oder. (Die in der Anlage 2 verzeichneten Wörter sind mit einem Stern* kenntlich gemacht.)
[2] T(ext): czall.
[3] T.: Chubi ist gleich von eyn cʒensi.
[4] Die Textverbesserungen ergeben sich aus den Beispielen in § 4.
[5] Zu den Eintragungen seiner Symbole durch WIDMAN und seine Randbemerkungen s. o. S. 13.

§ 2a. fol. 368v **Nu* nem* wir**[1] **3 𝔖 stundt 5 ∂ mach 15∂ und** alzo 4 𝔖 ⟨stund⟩ 3cʒ macht 12cʒ. Wuecz* adder ∂ stund ∂ macht cʒ, alszo daz eyn ∂ ist risz* vonn 1cʒ[2] vnd ∂ stundt chu mach ℞ vonn ℞.

Nym* dyr* nu fur* 3∂ stund 3∂ macht 9cʒ; noch aber 3∂ stund 4cʒ mach 12 chu; noch aber 4∂ stund 5 chu macht 20℞ von ℞. Nu wysz daz cʒ stund cʒ mach ℞ von ℞; cʒ stund ø[3] macht cʒ alsz sam* mann sprech zcu* dir 3cʒ stund 4cʒ macht 12℞ von ℞.

§ 2b Nu schreyb* ich dy zcu multipliciren dy namen mit 𝔖 in ein ander namen.[4] Wer* 5∂ vnd 6 𝔖 stund 5∂ vnd 6 𝔖 szo mach 5∂ stund 5∂, daz ⟨macht⟩ 25cʒ vnd 5∂ stund 6 𝔖 mach 30∂ [vnd 5∂] vnd aber 5∂ stund 6 𝔖 mach 30∂, alszo het* wir 60∂. Nu 6 𝔖 stund 6 𝔖 macht 36 𝔖, macht alsz 25cʒ 60∂ vnd 36 𝔖 vnd ist geczeygennt* dar vnden alzo: 5∂ vnd 6 𝔖 stund 5∂ vnd 6 𝔖 macht 25cz 60∂ 36 𝔖.

Nu nym dir vür* 3∂[5] vnd 4 𝔖 stundt 2∂,[6] szo multiplicir 3∂ stund 2∂ macht 6cʒ. Nu sprich: 2∂ stundt 4 𝔖 macht 8∂, alszo macht 6cʒ 8∂ [38]. 3∂ vnd 4 𝔖 stund 2{𝔖}∂ macht 6cʒ vnd 8∂.

Aber 3{𝔖}∂ minner* 4 𝔖 stund 2∂,[7] so multiplicir 3∂ stund 2∂ macht 6cʒ. Nu mach 2∂ stund 4 𝔖, daz macht 8∂, daz ⟨ist⟩ minner, alszo* ist esz 6cʒ minner 8∂.

Aber[8] 4∂ minner 5 𝔖 stund 2∂ minner 3 𝔖, szo sprich: 4∂ stund 2∂ macht 8cʒ. Nu mach 3 𝔖 stund 4∂, daz ist 12∂ minner. Vnd mach 5 𝔖 stund 2∂, daz esz* 10∂ minner; alszo[9] macht esz alsz sammet* 8cʒ vnnd 15 𝔖 minner 22∂. Preterea*[10] 4∂ minner 5 𝔖 stund 2∂ minner 3 𝔖 macht 8cʒ vnd 15 𝔖 — 22∂.[11]

Aber[12] 3 𝔖[13] — 2∂ stund 6∂ vnd 5 𝔖 szo sprich: 3 𝔖 stund 6∂ macht 18∂. Nu sprich: 3 𝔖 stund 5 𝔖 macht 15 𝔖. Dar nach mache 2∂ stund 6∂ macht 12cʒ —; vnd mach 2∂ stund 5 𝔖 ⟨macht⟩ 10∂ —, alsz 18∂ vnd 15 𝔖 minner 12cʒ vnd minner 10∂. Nu czeuch* eynesz von dem andern nach dem esz* namen hatt, daz ist 10∂ von 18∂ bleybet 8∂ vnd 15 𝔖 minner 12cʒ etcetera. 3 𝔖 — 2∂ stund 6∂ und 5 𝔖 macht 8∂ 15 𝔖 — 12cʒ.

Aber setze wir[14] 3cʒ vnd 5∂ stund 2cz — 4∂, szo sprich: 3cʒ stund 2cʒ macht 6℞ von ℞ vnd sprich: 5∂ stund 2cʒ macht 10 chu, vnd macht 4∂ daz ist — stund 3cʒ macht 12 chu—, vnd macht aber 4∂ stund 5∂ daz ist 20[15]cʒ —, macht alsz 6℞ von ℞ vnd 10 chu minner
fol. 369r 12 chu vnd 20cʒ; czeuch eyn vonn dem andern, szo bleybet 6℞ von ℞ — 2 chu vnd minner 20[15]cʒ alsz daz beczeygent* ist:

3cʒ vnd 5∂ stund 2cʒ — 4∂	>	mach 6℞ von ℞ minner 2 chu vnd — 20[15]cʒ.

---

[1] Hier beginnt eine zweite Hand.

[2] risz von 1 cʒ = ∂ steht für $\sqrt{x^2} = x$.

[3] Der einzige Fall in DA, in dem ø für die „Zahl" steht.

[4] Zu der Randbemerkung Widmans bei der Aufgabe $(5x + 6) \cdot (5x + 6)$ s. o. S. 13.

[5] T.: $\frac{3}{3}$ ∂.

[6] T.: $\frac{3}{2}$ ∂.

[7] T.: 2∂ minner 4∂ (!) stund 3∂. Es ist die Aufgabe § 6a Nr. 6.

[8] $(4x - 5) \cdot (2x - 3) = 8x^2 + 15 - 22x$.

[9] Hier fehlt $5 \cdot 3 = 15$; richtig in § 6a Nr. 7.

[10] Es ist nur eine Wiederholung.

[11] Wohl das erste Minuszeichen in der mathematischen Literatur.

[12] $(3 - 2x) \cdot (6x + 5) = 8x + 15 - 12x^2$.

[13] T.: ∂.

[14] $(3x^2 + 5x) \cdot (2x^2 - 4x) = 6x^4 - 2x^3 - 20x^2$.

[15] T.: 22.

Aber setze wir[1] 5 cȝ vnd 4 ∂ mynner* 4 ϑ[2] stund 3 cȝ mynner 2 ϑ, so multiplicir 3 cȝ stund 5 cȝ macht 15 ꝶ von ꝶ. Nun sprich: 5 cȝ stund 2 ϑ macht 10 cȝ ⟨minner⟩, darnach mach 4 ∂ stund 3 cȝ macht 12 [s]chub mer vnnd sprich: 4 ∂ stund 2 ϑ[2] macht 8 dingk myner [vnnd sprich 4 ∂ stund 2 ϑ macht 8 ∂ myner] vnd sprich 4 ϑ[2] stund 2 ϑ[2] mach* 8 ∂[2] me(r)* dorumb* das beyder tayl ist mynner, vnnd multiplicir eynes in das ander; so bringet es das als 1⟨5⟩ ꝶ von ꝶ vnd 12 chub vnnd distinngwir* 10 cȝ mynner vnd 8 ∂.[3] Noch sprich: 4 ϑ stund 3 cȝ mach 12 cȝ {vnd} minner, alzo macht es al* 15 ꝶ von ꝶ vnd 12 chub vnd 8 mynner 22 cȝ vnd 8 ∂ als bezeyhint* ist [8 ∂].

5 {Cꝶ} cȝ vnd 4 ∂ mynner 4 ϑ	macht 15 ꝶ von ꝶ vnd
stund 3 cȝ mynner 2 ϑ [vnd]	12 chu[4] vnd 8 ϑ
mynner 8 ∂	mynner 22 cȝ.

Wisz*, daz du in obgescreben,* wisz als ob in geschriben ist,[5] multiplicir dy namen vnd all ander multiplicie(rung) machstu* in der weyse, die dort vornn sind von dem etcetera.

Nun wil ich dir weysenn,* in welcherley masse man taylet dy solche namen. Wisz, du solt* teylenn eyn ∂ in ϑ, so kumpt* dz* ∂.[6] Nun tayl cȝ in ϑ, so kumpt cȝ, als zam* ich sprech: tayl 4 cȝ in 2 ϑ, so kumpt 2 cȝ vnnd alzo glycher weyse teyle was du wilt,* so kumpt in das selbig teyl. § 3

Wisse von der teylunge eynes ∂ durch ∂, so kumpt* ϑ, alzo ab* ich sprich: tayl 4 ∂ in 2 ∂ so komt 2 ϑ;[7] so magstu* sprechen, worumb* 2 ϑ stund 2 ∂ macht 4 ∂.

Wolle wyr taylen cȝ durch ∂, so kombt* ein ∂, alzo ab ich sprech: teyl 6 cȝ durch 2 ∂, so kumbt* 3 ∂.[8]

Wolle wyr taylen chub durch ein ding, so kumptz* cȝ. Nu nemen wir zu teylen 4 chub durch 2 ∂, so kumptz ⟨2⟩ cȝ.

Nu ꝶ von ꝶ durch ∂,[9] so kumptz chu. Also wenn wyr teylen 6 von durch 3 ∂, so kompt [zo komet] 2 $\left[\text{cȝ ad } \begin{matrix} 6 & \frac{1}{2} \\ 1 & \end{matrix}\right]$ chub.

Noch soltu* wissen zu teylen cȝ durch cȝ, so kumpt ϑ. Nemen wyr fur zu teylen 4 cȝ durch 4 cȝ, so kumpt aber eyn ϑ.; aber teyl 4 cȝ durch 4 ∂, so kumbt 1 ∂.

Noch teyl wir chub durch cȝ, so kumpt 1 ∂, alzo ob ich sprich: tayl 4 chub durch 2 cȝ, so kumbt 2 ∂.

Noch aber[10] teyl wir ꝶ von ꝶ durch cȝ, so kumpt cȝ. Neme wir cȝ(u)* teylen 4 ꝶ von ꝶ durch 2 cȝ ⟨so kommt 2 cȝ⟩.

Daz sind dy taylunge, dye do* gemach sind in algebra; wol isz* ir eyn remedium,*[11] alzo do vnten[12] geschriben ist in merer* rechnung.

---

[1] $(5x^2 + 4x - 4) \cdot (3x^2 - 2) = 15x^4 + 12x^3 + 8 - (22x^2 + 8x)$. Wechsel der Hs.

[2] T.: ∂.

[3] T.: 10 cȝ vnd mynner 8 ∂. Beides ist negativ, also $-(22x^2 + 8x)$.

[4] T.: 10 chu.

[5] Hinweis auf § 2a.

[6] T.: ϑ.

[7] $4x : 2x = 2$.

[8] Die weiteren Beispiele sind:
$6x^2 : 2x = 3x$; $4x^3 : 2x = 2x^2$; $6x^4 : 3x = 2x^3$; $4x^2 : 4x^2 = 1$; $4x^2 : 4x = x$; $4x^3 : 2x^2 = 2x$; $4x^4 : 2x^2 = 2x^2$.

[9] T.: cȝ

[10] T.: oder.

[11] Das remedium besteht wohl in den späterne Beispielen.

[12] s. S. 27.

Wisse: Ich schreibe dir von dem(!) equacion von eynem yeden capitel vnnd vonn seiner adequacionn,* wan* die equacionn* wil ich dann dir clarirenn,* waz do wil sprechenn dy capitel vnd was wil sprechenn adequacio.

§ 4 Item wann ein rechnung ist gefuget* zu denn capitel eynem, alzo ich dir schreybe, inn welcher wyse* es gefuget wirt zu eyner rechnung vnnd zu eynem der capitel, alzo ich spreche adequacio. 5∂ ist gleych 30𝒮. Das ist equacio vnnd ist das erst capitel. Darumb* daz er
fol. 369ᵛ spricht: ⟨ĉ⟩ ist geleych* eynn 𝒮, alszo ist die(!) modus. Wistu* nun, was wil sprechenn 5ĉ ist alzo vil alzo 30𝒮. Nun wolstu* wissen, waz ⟨ist⟩ mir 1ĉ. Dw solt* teylen 30𝒮 durch 5, dorvon* kompt 6; alzo das ding ist 6 vnnd [darumb ist es ein] dorumb* 5ĉ ist wol 30𝒮 vnd glycher weyse zo ist ein regel czu wissenn den capitel zu wissen, das ist das dingk, do vntten geschribenn ich den von adequacionen von ydem* capitel vnnd darnach wil ich dir das clarirenn, was es wil sprechen. Etcetera.

*[1]

1	5∂ ist gleych vonn ———	30𝒮 vnd 1ĉ ist 6
2	4cʒ ist gleych von ———	36𝒮, der cʒ ist 9,[2] das ĉ ist 3
3	4∂ ist geleych von ———	1cʒ, das ĉ ist 4
4	1cʒ vnd 2ĉ ist gleych vonn ———	24𝒮, das dingk ist 4
5	1cʒ vnd 9𝒮 ist gleych von ———	6ĉ, das ĉ ist 3
6	4ĉ vnd 5𝒮 ist gleych von ———	1cʒ, das ∂ ist 5.

Nu sind geschribenn dy obenn 6 capitel vonn ire* equacion.[3]

1	1℞ von ℞ ist gleich von ———	3 chub, das ĉ ist 3
2	1℞ von ℞ ist gleich von ———	16cʒ vnnd das ĉ ist 4
3	1℞ von ℞ ist gleych vonn ———	8ĉ vnd das dingk ist 2
4	1℞ von ℞ ist geleich vonn ———	81𝒮, das ĉ ist 3
5	1 chub ist geleich vonn[4] ———	6cʒ vnd das ĉ ist 6
6	1 chub [vnd 2cʒ] ist gleich vonn ———	25⟨ĉ⟩ vnd das ĉ ist 5
7	1 chub ist geleich vonn ———	64𝒮 vnd das ĉ ist 4
8	1 chub vnd 2cʒ ist gleich vonn ———	15ĉ vnd das ĉ ist 3
9	1 chub ist gleich von ———	3cʒ vnd 4ĉ vnd das ĉ ist 4
10	1 chub vnd 5 dingk ist gleich vonn ———	6cʒ [vnd 4ĉ] vnd das ĉ ist 5
11	1℞ von ℞ vnd 3 chub ist geleich von ———	10cʒ, das ĉ ist 2
12	1℞ von ℞ ist gleich von ———	5 chub vnd 6cʒ vnd das ∂ ist 6
13	1℞ von ℞ vnd 3cʒ ist gleich von ———	4 chub, das ding ist 3
14	2cʒ ist geleich von ———	℞ von 16cʒ, das ĉ ist 2
15	1cʒ ist geleich vonn ———	℞ von [1]8ĉ, das ∂ ist 2
16	1℞ von ℞ vnd 3cʒ ist gleych vonn ———	108, das ĉ ist 3
17	1℞ von ℞ vnd 16 ist geleich von ———	17cʒ,[5] das ∂ ist 4
18	1℞ von ℞ ist geleich vonn ———	8cʒ vnd 9𝒮, das ∂ ist 3.

§ 5 Nun wil ich dir erfullen die equacionen vnd wil sy dir geben zu versten, wenn[6] du ayne dyner rechnunge hast, die du werlichen* hast wider pracht* zu eynenn der capitel, zu

[1] Auf dieses Merkzeichen wird später in § 7 hingewiesen.
[2] T.: cʒ.
[3] s. o. S. 10 und 4.
[4] Dieser Satz steht doppelt da.
[5] T.: 12cʒ.
[6] T.: von.