

MATEMATICAS SUPERIORES

YA. S. BUGROV

Matemáticas superiores

Ecuaciones diferenciales

Integrales múltiples

Series

Funciones de variable compleja

Я. С. БУГРОВ, С. М. НИКОЛЬСКИЙ

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
КРАТКИЕ ИНТЕГРАЛЫ
РЯДЫ
ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

Ya. S. Bugrov
S. M. Nikolski

Matemáticas superiores

Ecuaciones
diferenciales

Integrales
múltiples

Series

Funciones
de variable
compleja



Editorial · Mir Moscú

Versión española por
el ingeniero A.I. Samojvátov

Primera edición 1981
Primera reimpresión 1988

На испанском языке

Impreso en la URSS

ISBN 5-03-000878-0

©Издательство "Наука", 1981

© traducción al español, editorial Mir, 1988

Indice

Prefacio	9
Capítulo 1. Ecuaciones diferenciales ordinarias . . .	10
§ 1.1. Problema que conduce a una ecuación diferencial . . .	10
§ 1.2. Conceptos generales	10
§ 1.3. Ecuaciones diferenciales elementales de primer orden	21
§ 1.4. Teorema de existencia de la solución de una ecuación diferencial de primer orden	31
§ 1.5. Espacio métrico	34
§ 1.6. Demostración del teorema de existencia de la solución de una ecuación diferencial de primer orden	40
§ 1.7. Método de Euler de resolución aproximada de la ecuación diferencial de primer orden	43
§ 1.8. Ecuaciones no resueltas con respecto a la derivada	45
§ 1.9. Soluciones singulares	48
§ 1.10. Envolvente de una familia de curvas	49
§ 1.11. Ecuación diferencial de segundo orden	51
§ 1.12. Sistema de dos ecuaciones diferenciales de primer orden	53
§ 1.13. Ecuación diferencial de n -ésimo orden	56
§ 1.14. Reducción del orden de una ecuación diferencial	59
§ 1.15. Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior	63
§ 1.16. Ecuaciones homogéneas lineales de n -ésimo orden con coeficientes constantes	70
§ 1.17. Método de variación de las constantes	75
§ 1.18. Solución particular de una ecuación diferencial no homogénea con coeficientes constantes	77
§ 1.19. Sistemas de ecuaciones diferenciales. Espacio de fases	84
§ 1.20. Sistema homogéneo lineal de ecuaciones diferenciales	87
§ 1.21. Solución general de un sistema homogéneo lineal de ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes	92
§ 1.22. Reducción de un sistema de ecuaciones a una sola ecuación	99

§ 1.23.	Sistema no homogéneo de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes	102
§ 1.24.	Integración de ecuaciones diferenciales mediante series de potencias	106
§ 1.25.	Elementos de la teoría de la estabilidad	110
§ 1.26.	Clasificación de los puntos de reposo	117
 Capítulo 2. Integrales múltiples		127
§ 2.1.	Introducción	127
§ 2.2.	Algunas nociones de la teoría de la medida de Jordan	133
§ 2.3.	Propiedades de las integrales múltiples. Teoremas de existencia	139
§ 2.4.	Integral como función del parámetro. Reducción de una integral múltiple a las reiteradas	143
§ 2.5.	Demostración de la existencia de la integral de una función continua	153
§ 2.6.	Cambio de variables. Caso elemental	155
§ 2.7.	Cambio de variables. Caso general	156
§ 2.8.	Sistema polar de coordenadas en el plano	160
§ 2.9.	Sistema polar de coordenadas en el espacio	162
§ 2.10.	Coordenadas cilíndricas	165
§ 2.11.	Área de una superficie	166
§ 2.12.	Coordenadas del centro de masas	173
§ 2.13.	Integrales impropias	177
§ 2.14.	Integral impropia con particularidades a lo largo de la línea	182
§ 2.15.	Integral impropia dependiente de un parámetro	183
 Capítulo 3. Análisis vectorial		192
§ 3.1.	Curva orientada suave a trozos	192
§ 3.2.	Integral curvilínea de primer género	194
§ 3.3.	Integral del vector a lo largo de una curva	196
§ 3.4.	Campo de un potencial	201
§ 3.5.	Ecuación diferencial en diferenciales totales	209
§ 3.6.	Orientación de una región plana	212
§ 3.7.	Fórmula de Green	213
§ 3.8.	Integral sobre una superficie de primer género	218
§ 3.9.	Orientación de una superficie	220
§ 3.10.	Sistema de coordenadas y orientación de una superficie	223
§ 3.11.	Integral sobre una región plana orientada	227
§ 3.12.	Flujo de un vector a través de una superficie orientada	230
§ 3.13.	Divergencia. Teorema de Gauss—Ostrogradski	234
§ 3.14.	Campo solenoidal	241
§ 3.15.	Fórmula de Stokes	243
 Capítulo 4. Series de Fourier. Integral de Fourier		248
§ 4.1.	Series trigonométricas	248
§ 4.2.	Convergencia de series trigonométricas	254
§ 4.3.	Serie de Fourier	256
§ 4.4.	Criterios de convergencia de las series de Fourier	259

§	4.5.	Propiedades ortogonales de las series trigonométricas	263
§	4.6.	Coefficientes de Fourier	265
§	4.7.	Estimación de los coeficientes de Fourier	266
§	4.8.	Espacio de las funciones con el producto escalar	267
§	4.9.	Sistema ortogonal de funciones	270
§	4.10.	Completitud de funciones trigonométricas	274
§	4.11.	Forma compleja de la serie de Fourier	278
§	4.12.	Concepto de integral de Fourier. Integral reiterada de Fourier	280
§	4.13.	Coseno y seno de transformaciones de Fourier	287
§	4.14.	Ejemplos	289
§	4.15.	Aproximación de una integral de Fourier	292
§	4.16.	Suma de Fejér	293
§	4.17.	Completitud de los sistemas de funciones en C y L_1	299
§	4.18.	Nociones de la teoría de series múltiples de Fourier	301
Capítulo 5. Ecuaciones de la física matemática			315
§	5.1.	Temperatura de un cuerpo	315
§	5.2.	Problema de Dirichlet	317
§	5.3.	Problema de Dirichlet para un círculo	318
§	5.4.	Problema de Dirichlet para un semipiano	420
§	5.5.	Ecuación de conducción del calor por una barra	322
§	5.6.	Conducción del calor para una barra infinita	327
§	5.7.	Vibraciones pequeñas de una cuerda	329
§	5.8.	Vibraciones de una cuerda infinita. Fórmula de d'Alembert	333
§	5.9.	Vibración de una membrana circular	335
§	5.10.	Problema general de Sturm—Liouville	340
§	5.11.	Integral de energía (de Dirichlet)	343
§	5.12.	Aplicación de las transformaciones de Fourier	348
§	5.12.1.	Ecuación de conducción del calor	349
§	5.12.2.	Ecuación de vibración de una cuerda infinita	352
Capítulo 6. Teoría de las funciones de una variable compleja			354
§	6.1.	Concepto de función de una variable compleja	354
§	6.2.	Derivada de la función de una variable compleja	357
§	6.3.	Condiciones d'Alembert—Euler (de Cauchy—Riemann)	364
§	6.4.	Funciones armónicas	367
§	6.5.	Función inversa	370
§	6.6.	Integración de funciones de una variable compleja	376
§	6.7.	Fórmula de Cauchy	382
§	6.8.	Integral del tipo de Cauchy	385
§	6.9.	Serie de potencias	386
§	6.10.	Serie de Laurent	389
§	6.11.	Clasificación de puntos singulares aislados. Residuos	395
§	6.12.	Clasificación de puntos singulares en el infinito	400
§	6.13.	Teorema de los residuos	403
§	6.14.	Cálculo de integrales con ayuda de los residuos	405
§	6.15.	Función lineal. Función lineal fraccional	410